

Study of a culture solution management and residue reuse technique for hydroponics based on mathematical model

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2019-03-22 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 笠原, 賢明, 吉川, 弘恭, 東出, 忠桐, 伊吹, 俊彦 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.24514/00001678

養液栽培における排液再利用法の検討

笠原賢明・吉川弘恭・東出忠桐・伊吹俊彦*

Key words : 養液栽培, 数理モデル, 排液再利用, 培養液管理, トマト

目 次

I 緒 言	91	III トマト栽培における給液管理法の妥当性の 検討	94
II 基本モデル	92	1 方 法	94
1 前提条件	92	2 結果および考察	97
2 養分吸収量の定式化	92	IV 摘 要	98
3 排液濃度の定式化	93	引用文献	98
4 排液の再利用に関する解析	93	Summary	99
5 解析結果とそれに基づく培養液管理の方 針	94		

I 緒 言

施肥管理は作物の生産力に直接かかわる重要な技術であるが、実際の生産現場で適正に実施するには多くの困難を伴う。とりわけ露地栽培の作物では、土壌条件や気象条件の影響を強く受けるため、過剰施肥や養分欠乏といった問題を招きやすい。施設栽培土壌においても、雨水が遮断されるため塩類の集積やガス障害、特定養分の欠乏などが起こりやすい。土壌の種類等を考慮した土壌診断を適宜に行い、適正な施肥量を求めることが必要である。

一方、施設では養液栽培も行われている。養液栽培では土壌を用いずに、植物の生育に必要な養水分を根に供給する。供給時に培地を用いない水耕栽培や噴霧耕、培地を用いる固形培地耕があるが、いずれも窒素・リン酸・カリウムなどの養分をカチオン・アニオンのバランスが保たれる範囲内である程度個別に制御しながら供給できる。そのため、土壌栽培より施肥管理が比較的容易であると考えられる。

近年、トマトの生産に養液栽培が導入されている。ロックウールなどの素材を用いた固形培地耕が一般に行われており、栽培管理の省力化・軽労化やコスト低減、および高品質果実の高収量化が図られている。しかし一方で、環境負荷となる排液の発生といった問題も生じている。

固形培地耕では、培養液を介する病害が発生しない限り、排液を新しい培養液に混入して再利用することが可能である。全量を再利用する閉鎖式養液栽培も理論的には可能であり、こうした施肥法は排液問題の解決に大きく寄与すると期待される。ただしこの場合、排液の養分組成は初めに供給した培養液の組成と通常異なっているため、養分組成に関する検討を加えておく必要がある。

そこで、本研究では、固形培地耕における排液の循環利用を比較的単純な系としてモデル化し、養分組成について代数的な検討を行った。また、この結果に基づいて低廉なシステムによる適切な培養液管理法を提示し、さらに、この管理法により実際に冬春期トマトを栽培し実用的な水準の収量が得られるかどうかを検討した。本稿ではこれらの結果について

(平成20年 8月29日受付, 平成21年 1月16日受理)

中山間傾斜地域施設園芸研究チーム

*現 畜産草地研究所

て報告する。

II 基本モデル

本稿で用いる変数は次の通りである。なお、本稿では一般に行われている同齢苗を同時定植する栽培体系を考える。これらの変数はトマトの生育ステージにより変化しうる。

- I : 作物が吸収する養分量
- I_l : 養分吸収量が作物生育の制限要因とはならない条件下で作物に吸収される養分量 (以下、作物が必要とする養分量)
- C : 培養液中の養分濃度
- C_l : 作物が吸収する養分量が I_l であるときの培養液中の養分濃度
- C_q : 新しく調製する培養液中の養分濃度
- V_A : 作物が吸収する水分量
- V_R : 根と接触する培養液の量
- V_S : 固形培地に供給する培養液の量
- F : 根と接触する培養液中の養分量に対する作物が吸収する養分の割合 ($0 < F < 1$)
- R : 「供給する培養液」に対する「根と接触する培養液」の割合 ($0 < R \leq 1$)
- D : 排液中の養分濃度
- a : 供給する培養液に対する排液の割合 (以下、排液率; $0 < a < 1$)
- b : 供給する培養液量に対する混入する排液量の割合 (以下、排液の混入率; $0 \leq b \leq a$)

ここで、水分量・培養液量は体積、養分量は物質量の次元 (単位) とする。また、これらの変数のすべてが直接に測定可能とは限らない。

1 前提条件

モデルの前提として、以下の5条件を与える。

- 1) 固形培地に供給された培養液のうち、作物の根から吸収されなかった余剰分が排液になる。なお、一般的に栽培ベッドは被覆されることから、作物を介さずに栽培ベッドより蒸発によって失われる水分はないものとする。
- 2) 培養液の供給と、固形培地からの排出までのタイムラグを考慮しない。
- 3) 供給された培養液はすべて固形培地中を通過

し、すべての培養液は根と接触する可能性がある (固形培地中を通過しながらも根と接触しない培養液も存在しうる)。この根と接触した培養液からのみ養分は吸収される。

- 4) 一方、水分は根と接触した培養液のみならず接触しなかった培養液からも吸収される。固形培地内では、気相を介した水の移動が起こるからである。例えば被覆された栽培ベッド内では水の蒸発と凝結が起きていることが実際に観察される。
- 5) 培養液から作物体内への養分の移動は能動輸送によるものである。ただし、固形培地耕では水耕栽培と異なり、培養液の流動性が制限されるため、養分の拡散速度が養分吸収の制限要因になる。

2 養分吸収量の定式化

作物が養分濃度 C 、供給量 V_S の培養液から吸収する養分量 I は、次式で表すことができる (付記1参照)。

$$I = C \cdot V_A \cdot \frac{R \cdot F}{1 - a} \quad (1)$$

式 (1) を変形することにより、作物が必要とする養分量 I_l を吸収するときの培養液中の養分濃度 C_l は、次式で示される。

$$C_l = \frac{I_l}{V_A} \cdot \frac{1 - a}{R \cdot F} \quad (2)$$

この養分濃度 C_l を「適切な養分濃度」と呼ぶことにする。なお、上記はある一つの養分に関する定式化であるが、複数の種類の養分を考えた場合、それらの濃度はほぼ独立に挙動することから、異なる F や C_l の値をとるものの上式は養分の種類にかかわらず一般的に成り立つ。したがって、各種養分の濃度が「適切な養分濃度」となるとき「適切な組成」ということができる。

以上から、次の推考ができる。

- 1) 排液率 a が高いほど培養液の濃度は低くても良い。逆に排液率が低ければ、「適切な養分濃度」は高くなる。
- 2) R が大きいほど培養液の濃度は低くても良い。

直感的には、固形培地中の作物の根張りがよいほど R が大きくなる。作物の養分吸収に寄与する根の量が、何らかの要因で減少すればそれに応じて培養液の濃度を高くする必要がある。

- 3) I_l/V_A の値はいわゆる「吸収濃度」である。これは作物ごとに調べられており、ある程度幅があることが知られているが³⁾、各種養分の I_l と V_A を調べて「吸収濃度」を算出しただけでは、作物に供給する培養液の「適切な養分濃度 (C_l)」ならびに「適切な組成」を決めることはできない。

3 排液濃度の定式化

排液中の養分濃度 D は次式で表される (付記 2 参照)。

$$D = C \cdot \frac{1 - R \cdot F}{a} \quad (3)$$

固形培地耕では排液と培養液に含まれる養分の濃度の大小関係は栽培状況によって変化し、 $D > C$ となることも珍しくない。前提条件 4 のもとでは、これが供給養分の過剰によるものかどうか、 R と F の値が未知であるため一概には判断できない。実際の栽培では、経日的に D/C の変化を調べ、急激にその値が増大したときに養分が過剰に供給されたと判断すべきであろう。

4 排液の再利用に関する解析

固形培地耕において、排液を新しい培養液に混入して再利用する養液栽培装置が開発されている¹⁾。排液の混入率は 2 割程度であることから、排液率を 2 割以下に制御すれば排液を完全に再利用する閉鎖式の養液栽培システムになる。

この装置を用いて養液栽培を行う場合の、培養液管理について検討する。ここで次のように変数の定義を行う。

- C_n : 排液を n 回再利用したときの培養液中の養分濃度
 C_{n-1} : 前回の再利用時の培養液中の養分濃度
 D_{n-1} : 排液の n 回目の再利用時に混入する排液 (前回の再利用時に発生した排液) 中の養分濃度

培養液中の養分濃度 C_n は次式で表される (付記 3 参照)。

$$C_n = b \cdot D_{n-1} + (1-b) \cdot C_q \quad (4)$$

前回の排液濃度は式 (3) より C_{n-1} で表すことができ、式 (4) に代入することで培養液濃度に関する次の差分方程式を導くことができる。

$$C_n = b \cdot \frac{1 - R \cdot F}{a} \cdot C_{n-1} + (1-b) \cdot C_q \quad (5)$$

ここで、排液率および排液の混入率が一定に保たれ、かつ R や F の変動が無視できる期間 (例えば 5 日程度の期間で 5 回の排液の再利用) を想定し、 R や F が一定と考え、解析を行う。すると式 (5) の極限をとることにより、次式が得られる (付記 4 参照)。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} C_n = C_q \cdot \frac{a \cdot (1-b)}{a - b + b \cdot R \cdot F} \quad (6)$$

すなわち、作物に供給する培養液の濃度は代数的に収束することが示される。作物に供給する培養液濃度を適切なものにするには、この収束する養分濃度と式 (5) で表される培養液濃度が一致するように C_q を設定すればよい。ここで、排液をすべて再利用する場合を考えると $a = b$ であるから、収束する濃度は次式で表される。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} C_n = C_q \cdot \frac{1-a}{R \cdot F} \quad (7)$$

すなわち、排液を再利用する場合には $C_q = I_l/V_A$ と設定することにより、作物が必要とする養分量 I_l の吸収に適した培養液養分濃度 C_l へ自動的に収束していく。

一般に閉鎖式養液栽培では培養液の組成が狂わないように調整が必要とされている⁴⁾。すなわち、目標とする培養液組成を設定し、作物に供給する培養液の組成をそれに合わせるという考え方であり、各種養分の化学分析が必要になる。これに対して、解析したように培養液中の各種養分の濃度が自動的に C_l へ収束していくのであれば培養液の組成を知る必要はなく、化学分析は不要になる。

ここで、上記の解析が現実の固形培地耕に即した

ものであるか推考しておく。結論として排液再利用の繰り返し回数 $n = 5 \sim 10$ 程度でも C_n は C_1 に十分近づくと試算される。例えば、排液率 2 割のときに C_1 が「吸収濃度」の 2 倍であるような極端な場合 ($R \cdot F = 0.4$) を考えても、 $C_0 = I_1/V_A$ のとき $C_5 = 0.92C_1$ となり偏差は 10% 以内である。固形培地内や培養液タンク内の培養液が置き換わる期間を 1 日として、1 日を排液再利用の繰り返し回数に相当すると見なせば、これまでの解析が非現実的なものではないと考えられる。ただし、作物が吸収できる上限を超えて養分が過剰に供給される場合には、作物の根が培養液から養分を吸収する割合 (F) が排液の再利用を繰り返すごとに減少していくことになる。代数的に表現すれば $\lim_{n \rightarrow \infty} F = 0$ であり、この場合 C_n は収束しない (付記 5 参照)。

5 解析結果とそれに基づく培養液管理の方針

前項までの解析の結果によれば、排液率 a や R と F の値にかかわらず培養液組成が「適切な組成」に自動的に近づく条件は以下の 3 点である。

- 1) 新しく調製する培養液組成は各養分濃度について「吸収濃度」とする ($C_q = I_1/V_A$)。
- 2) 排液を完全に再利用する ($a = b$)。
- 3) 作物が吸収する養分の量に対して、過剰な量の養分供給を避ける ($\lim_{n \rightarrow \infty} F \neq 0$)。

上述の条件を満たすものとして、排液を再利用する固形培地耕における培養液の養分濃度および組成の管理方針を次のようにする。

- 1) 各養分の濃度が、経験的に知られているいわゆる「吸収濃度」にできるだけ近づくように培養液の組成を設定する。ただし、機器の誤差や長期にわたる栽培期間中の「吸収濃度」の変動などに起因する養分欠乏を回避するために、すべての養分について「吸収濃度」の 1.1~1.2 倍にする。この培養液濃度を「基準濃度」とする。
- 2) 排液をすべて新しく調製する培養液に混入して作物に供給する。
- 3) 排液中の養分濃度は電気伝導度 (EC) に反映されることから、排液の EC を毎日確認し、一定値以上となった翌日には新しい培養液の代わりに水のみを排液と混合して作物に供給する。またその翌日には、必ず新しい培養液に排

液を混入して作物に供給する。すなわち数日単位の平均で見ると新しく調製する培養液中の各養分の濃度 C_q は「基準濃度」の 0.5 から 1.0 倍の間に微調整されながら供給されるのと同等になる。以上のように管理することで「吸収濃度」が「基準濃度」の 0.5 倍から 1.0 倍の範囲にあれば供給される養分量に過不足はなくなる。

Ⅲ トマト栽培における給液管理法の妥当性の検討

一般に、作物は生育に必要な量の養分を吸収できなければ、適正な量の養分を吸収したときに比べて収量が減少する。固形培地耕においても「適切な養分濃度」、「適切な組成」の培養液が供給されなければ、養分吸収量が生育の制限要因となってトマトの収量は減少 (減収) する。前述の排液再利用法は化学分析によらなくても培養液の「適切な養分濃度」、「適切な組成」が達成できることを示したものであり、その妥当性を一般に普及しているかけ流し式の固形培地耕の収量と比較することにより検討した。

1 方法

前述の培養液濃度・組成管理方針に従って冬春期トマトの長段どり栽培を行った。使用する養液栽培装置の構成を図 1 に示す。排液再利用区とかけ流し区を設定した。固形培地として防根シートでくるんだロックウール (日東紡製ロックファイバーベッド $75 \times 300 \times 910 \text{mm}$) を使用した。

培養液は 2 液混合型の無動力液肥混入器 (ネタフイム社製ネタロンを 2 個直列に接続) で調製される。新しく調製する培養液の「基準濃度」は、予備試験 (排液を再利用しない固形培地耕、および排液を再利用しつつ化学分析に基づいて培養液組成を調整した固定培地耕において、トマトの全養分・全水分の吸収量を測定した試験) から各養分の「吸収濃度」を算出して「基準濃度」を定めた。その結果、大塚 S C 処方 (N : 15.9, P : 1.4, K : 10.2, Ca : 3.3mmolL^{-1}) の 0.5 倍濃度が最も近く、この組成で新しい培養液が調製されるように液肥混入器を設定した。

排液再利用区では、培地から出た排液は培地の下方に設けた流路に入り、さらに排液管を通して排液

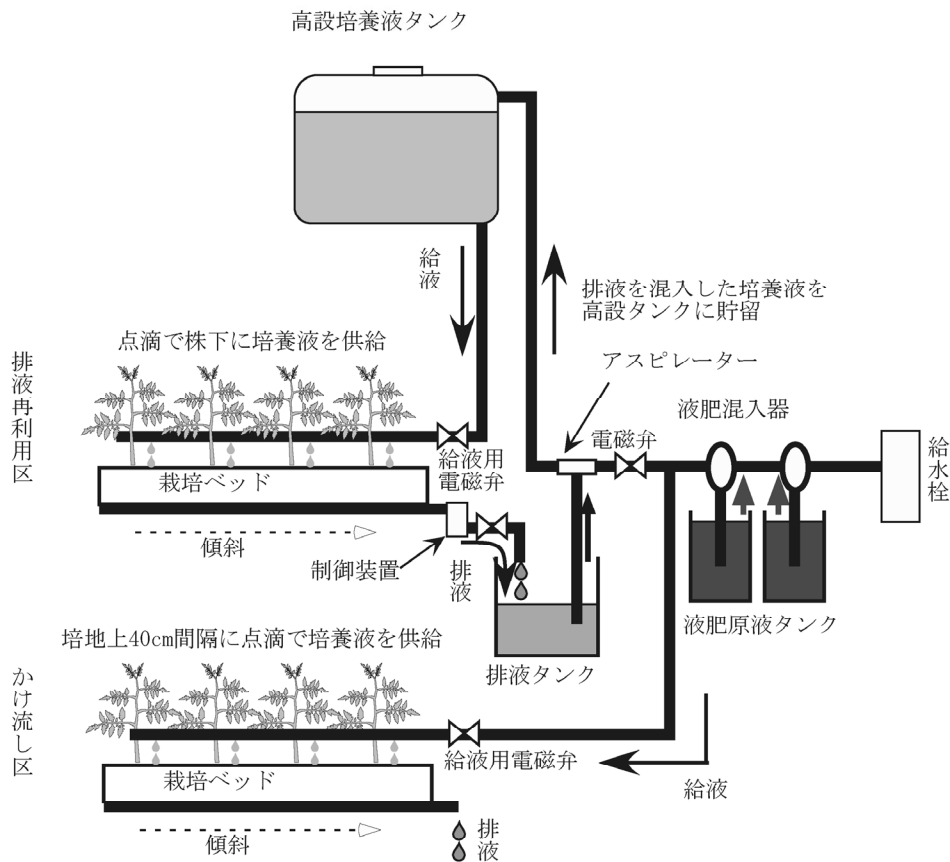


図1 養液栽培装置の構成

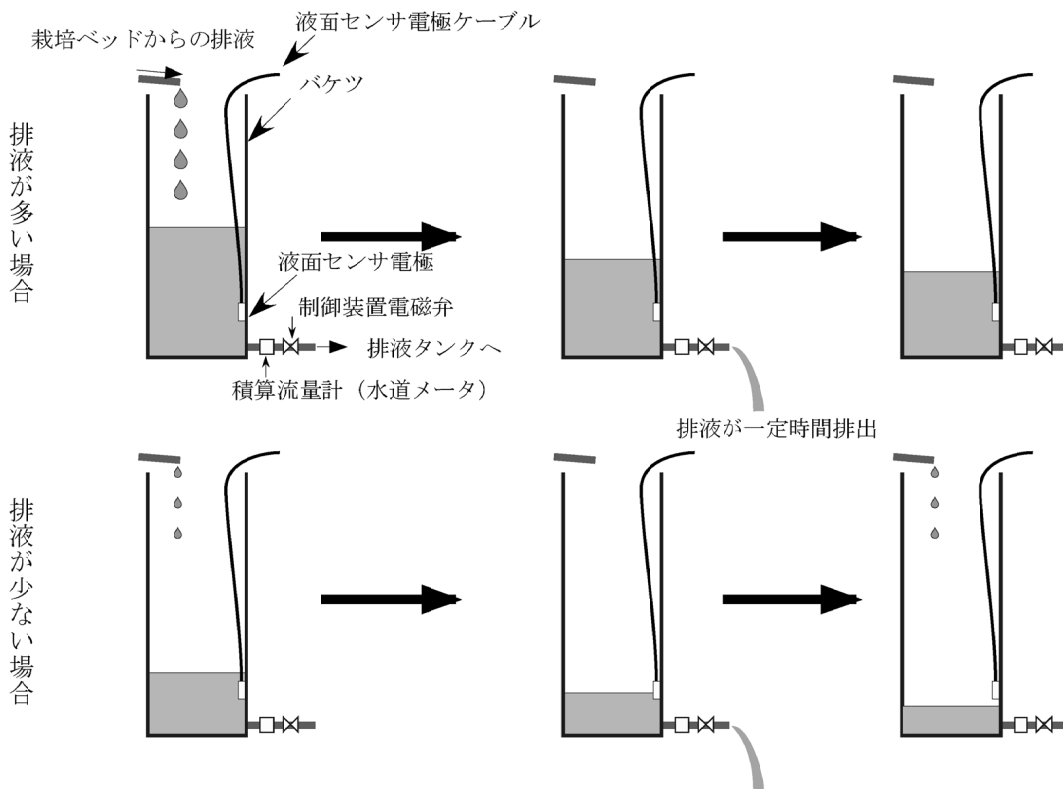
タンクに回収される。排液の流路と固形培地は離れており、一旦培地から出た排液が再び培地と接触することはない。排液タンクの容量は50Lである。調製された培養液は一旦高設タンク（栽培ベッドからの高さ約4.5m、容量約200L）に貯留される。このときアスピレーターにより排液が新しい培養液に混入される。排液の混入率は貯留される培養液に対して2割程度である¹⁾。高設タンクに貯留した培養液は高低差に由来する水圧で供給される。ベッド長8mに、トマトを株間20cmで合計40株定植した。ドリッパー（ネタフィム社製ボタンドリッパー；吐出量 2Lh^{-1} ）を株下に1株につき2個設置した。ドリッパーは圧力補正機能を持たず、吐出量は給液管内の水圧に依存し、高設タンク内の培養液量によって変わる。1回の給液時間を3.5分間に設定することで1株あたり約0.15~0.18L（合計6~7L）の培養液が供給される。

給液の制御については、24時間タイマで設定した時刻に一定量の培養液の供給を行い、そのときの排

液発生量の多少を参照して次回以降の給液の休止を自動で行える装置（図2）を用いた。この装置を使用した給液量の管理法の概略を図3に示す。これにより栽培期間全体の排液率を2割以下に抑制して排液を全量再利用した。

対照のかけ流し区では、新しく調製される培養液を直接栽培ベッドに供給し、排液を再利用せず装置外に廃棄した。ベッド長5.6mに、トマトを株間20cmで合計28株定植した。圧力補正・停止圧機能付きのドリッパー（ネタフィム社製CNLドリッパー；吐出量 3Lh^{-1} ）を培地上に40cm間隔で設置し、培養液を点滴供給した。給液のタイミングは排液再利用区と同期しており、1回の給液時間を7分間に設定することで計算上1株あたり0.175mL（合計4.90L）の培養液が供給される。水源水圧は0.3MPa以上あり、ほぼ規格通りの一定の吐出量が得られた。

品種は桃太郎8で、2006年秋から2007年春までは排液再利用区のみでの栽培試験を行った。2~3葉のセル成型苗を9月14日に定植した。2007年秋から



前回の給液中から給液時刻直前までは制御装置電磁弁は閉じており、前回の給液により発生した排水がバケツにたまる。

次回の給液時刻になると図1の給液用電磁弁に先立って制御装置電磁弁が開く。バケツから排水が排出され、水位が低下し、一定時間経過後制御装置電磁弁は閉じる。前回の排水発生量が多く、水位が液面センサ電極の高さまで低下しなかったときは給液用電磁弁は開かず、培養液の供給は休止される (上)。排水発生量が少なく、水位が電極よりも下に低下すると、制御装置電磁弁が閉じると同時に給液用電磁弁が開き、培養液の供給を開始する (下)。

図2 制御装置の動作

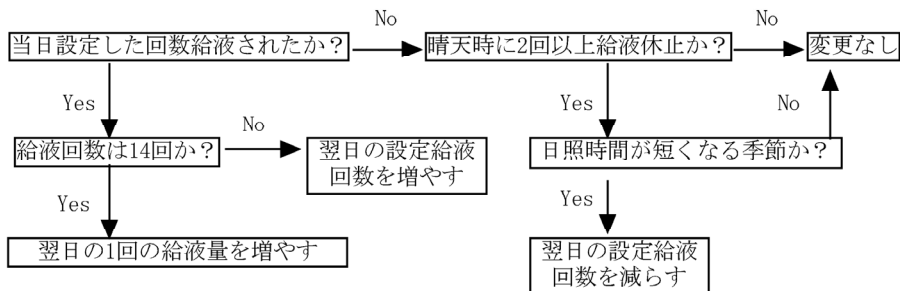


図3 給液量管理の手順

2008年までの試験では、ロックウールポットで4～6葉まで育苗し、排水再利用区は2007年9月19日、かけ流し区は9月26日に定植した。本試験は北向き傾斜約10度の平張型傾斜ハウス内で行い、最も南側の1列に排水再利用区の栽培ベッド、最も北側の1列にかけ流し区の栽培ベッドを設置した。暖房は最

低温度10℃ (年末年始は8℃) とし、2006年秋定植では12月から3月まで、2007年秋定植では12月から2月まで行った。誘引は1株おきに左右に振り分けて吊り下げで行った。摘心は行わず可能な限り栽培を継続した。なお、このハウス内の栽培ベッドは1.5m間隔で設置しており、全9列のうち、南側2列目か

ら8列目までは、2007年4月定植－2008年3月終了のトマト栽培試験に供している。

2 結果および考察

2007年、2008年ともに6月30日までの果房別1株あたり収穫量を算出して表1に示す。排液再利用区の可販果重量は両年次とも同程度であった。2007年

秋から2008年春までの試験では収穫量、可販果重量ともにかけ流し区よりも排液再利用区がまさった。かけ流し区の収穫量が劣った原因として、供給した培養液の養分濃度が一般的な処方（0.5～0.8倍濃度の大家S C処方）に比べて低めだったことに加え、①定植の時期が1週間遅れた、②培養液の供給量やタイミングが再利用区の排液の発生の有無を参照し

表1 1株あたりの果房別トマト収量（単位；g）

2006年秋～2007年春

果房	再利用区		年.月.日	
	総果実重	可販果重	収穫開始日	収穫終了日
1段目	824	781	2007.01.14	2008.3.16
2段目	901	793	01.26	05.07
3段目	763	684	02.06	04.13
4段目	690	621	02.26	05.02
5段目	581	527	03.09	05.14
6段目	639	509	03.30	05.28
7段目	496	402	04.06	05.28
8段目	594	405	04.23	05.28
9段目	563	475	05.07	06.18
10段目	513	359	05.11	
11段目	380	219	06.04	06.28
12段目	332	61	06.07	06.28
13段目	231	37	06.07	
14段目	181	23	06.21	06.28
合計	7688	5896	(不良果の収穫日を除く)	

注：吸水量抑制効果を調べる試験のため、2月28日に培養液に100gの食塩を投入している。

2007年秋～2008年春

果房	再利用区		かけ流し区		年.月.日	
	総果実重	可販果重	総果実重	可販果重	収穫開始日	収穫終了日
1段目	896	846	819	741	2008.01.04	2008.3.17
2段目	900	803	780	636	01.25	03.31
3段目	659	521	581	367	02.08	04.04
4段目	453	297	525	299	02.25	04.18
5段目	366	243	388	185	03.10	05.07
6段目	507	344	501	249	03.24	05.26
7段目	476	288	440	112	04.07	06.06
8段目	363	157	304	83	04.11	06.13
9段目	518	275	342	110	04.28	06.23
10段目	649	400	515	248	05.12	06.23
11段目	627	459	653	399	05.23	
12段目	614	463	650	539	05.26	
13段目	451	359	478	361	06.06	
14段目	378	314	365	306	06.16	
15段目	154	134	128	114	06.23	
16段目	4	4	0	0	06.30	
合計	8014	5908	7469	4748	(不良果の収穫日を除く)	

1株あたりの収量は1列の全収量を株数で除して算出。収穫終了日の空欄は6月30日時点でその果房の収穫が終了しなかったことを意味する。

たためかけ流し区に不利であった, ③光条件など環境条件が再利用区に比べてやや不利であった, 等が考えられる. なお, 1株あたり5.9kgの可販果収量は, 10aあたり2200本だとすると単純計算で約13t/10aに相当する. つまり, 冬期の栽培に適した施設で暖房条件を改善すれば, この培養液管理方法によって, 冬春期トマトの目標収量12t/10aを達成できる可能性がある.

このように, 排液を完全に再利用することで結果的に閉鎖式となった固形培地耕で, 化学分析等を行わない培養液の管理であっても実用的なレベルのトマト収量を得ることは可能と考えられる.

新しく調製する培養液の各養分を「吸収濃度」に設定し, 排液を完全に再利用すれば, 作物に供給される培養液の濃度, 組成は代数的に「適切な養分濃度」, 「適切な組成」に収束することが示されたが, 現実の養液栽培においては作物に供給される培養液の濃度も組成も一定値ではなく, 変動することが予想される. 実際には排液率を一定に保つことは容易でないし, R や F も作物の状態や環境条件に影響を受け, 一定値ではないと考えられるからである (つまり, 「適切な養分濃度」も一定値ではない). しかしながら, それでも試算で示したように各養分の濃度は「適切な養分濃度」の近傍を変動すると推察される. 今後, 養分分析を行って濃度変動を確かめる必要がある. また, 本研究で提示した R (「供給する培養液」に対する「根と接触する培養液」の割合) や F (根と接触する培養液中の養分量に対する作物が吸収する養分の割合) の計測を何らかの方法で行うことができれば, その値に対応した培養液の濃度・組成管理法も可能になると考えられる.

Ⅳ 摘 要

養液栽培の一種である固形培地耕において, 単純化された数理モデルに基づき, 作物にとって適切な培養液中の養分濃度・組成に関する解析をおこなった. その結果, 排液をすべて培養液に混入して再利用を繰り返すことにより, 作物に供給される培養液中の養分濃度および組成は理論上, 作物にとって適切な値に収束していくことを明らかにした. この解析に基づき, 具体的な培養液の管理手順を定め, それに従って冬春期のトマト栽培を行った. その結果, 培養液の化学分析を行うことなく, 閉鎖式の養液栽培において実用的な水準の収量が得られることを示した.

引用文献

- 1) 笠原賢明・東出忠桐・角川 修・伊吹俊彦 2005. 養液栽培においてアスピレーターの使用により排液を再利用する方法 土肥誌 76. 49-52
- 2) 岡島秀夫 1976. 土壤肥沃度論 農文協, 東京 48-66
- 3) 丸尾 達 2002. 第4章2. 培養液の調製・管理 日本施設園芸協会編 養液栽培の新マニュアル 誠文堂新光社, 東京 159-179
- 4) 丸尾 達 2002. 第6章2. 培養液のリサイクルと処理 日本施設園芸協会編 養液栽培の新マニュアル 誠文堂新光社, 東京 221-227

Study of a culture solution management and residue reuse technique for hydroponics based on mathematical model

Yoshiaki KASAHARA, Hiroyasu YOSHIKAWA, Tadahisa HIGASHIDE and Toshihiko IBUKI*

Summary

In the context of solid medium culture, a type of hydroponics, we used simplified mathematical model to perform an analysis of the nutrient concentrations and compositions in culture solution that are appropriate for crops. The theoretical concentrations and compositions of nutrients supplied to crops would converge with values that were appropriate for crops after the recycle of all residue by its addition to the culture solution. On the basis of the results of this analysis, we established a procedure using the system for culture solution management in the cultivation of winter/spring tomatoes. With this system, practical yields could be obtained in closed-type hydroponics without the need for chemical analysis of the culture solution.

【付記1】

固形培地に供給する培養液の量 V_S と、根に直接接触する培養液の量 V_R から、 R は次式 (A 1) で表される。

$$R = \frac{V_R}{V_S} \quad (\text{A 1})$$

変形して

$$V_R = R \cdot V_S \quad (\text{A 1}')$$

ここで、 $0 < R \leq 1$ である。

作物によって吸収される水分の量、すなわち吸水量 V_A を用いると排液率 a は次式 (A 2) で定義される。

$$a = \frac{V_S - V_A}{V_S} \quad (\text{A 2})$$

変形して

$$V_A = (1 - a) \cdot V_S \quad (\text{A 2}')$$

$$V_S = \frac{V_A}{1 - a} \quad (\text{A 2}'')$$

作物は必ず水分を吸収するので $0 < V_A$ 、よって $a < 1$ である。前提条件 4 を条件式で表すと

$$V_A \leq V_S$$

式 (A 2') を代入して

$$(1 - a) \cdot V_S \leq V_S$$

$$\therefore 0 \leq a$$

すなわち、前提条件 4 により、 $0 \leq a$ となる V_S が代数的に担保される。ただし、排液が必ず発生するように V_S を設定することから $0 < a$ である。

もし前提条件 4 が満たされなければ、つまり作物が根と接触した培養液からのみ水分を吸収するならば、条件式は以下ようになる。

$$V_A \leq V_R \quad (\text{A 3})$$

式 (A 1') と式 (A 2') を式 (A 3) 代入して

$$(1 - a) \cdot V_S \leq R \cdot V_S$$

$$1 - R \leq a \quad (\text{A 4})$$

式 (A 4) は排液率の下限が $1 - R$ であることを示す。すなわち、前提条件 4 がない場合、無条件に

$0 < a$ とするのは不適切であることが代数的に導かれる。

作物が培養液中から吸収する養分量 I は次式で与えられる。

$$I = C \cdot V_R \cdot F \quad (\text{A 5})$$

作物の根がまったく養分を吸収しなければ $F = 0$ 、根と接触した培養液からすべて養分を吸収するのであれば $F = 1$ であるが、前提条件 5 より $0 < F < 1$ である。

式 (A 1') を式 (A 5) の V_R に代入する。

$$I = C \cdot R \cdot V_S \cdot F \quad (\text{A 6})$$

さらに式 (A 2'') を式 (A 6) の V_S に代入し、

$$I = C \cdot V_A \cdot \frac{R \cdot F}{1 - a}$$

が得られる。

【付記2】

培養液中の養分量は $C \cdot V_S$ 、作物が吸収する養分量は $C \cdot R \cdot V_S \cdot F$ 、排液の量は $a \cdot V_S$ であるから排液中の養分濃度は次式で表される。

$$D = \frac{C \cdot V_S - C \cdot R \cdot V_S \cdot F}{a \cdot V_S}$$

V_S で約分して

$$D = C \cdot \frac{1 - R \cdot F}{a}$$

が得られる。

【付記3】

作物に供給する培養液に混入する排液の量は $b \cdot V_S$ である。新しく調製する培養液の量を V_Q とすれば液量の加算により次式が成り立つ。

$$V_Q = V_S - b \cdot V_S \quad (\text{A 7})$$

培養液中の養分濃度は、新しく調製する培養液に含まれる養分量と混入する排液に含まれる養分量を加算し、培養液の全量で除すれば求まる。

$$C_n = \frac{b \cdot V_S \cdot D_{n-1} + V_Q \cdot C_q}{V_S} \quad (\text{A } 8)$$

式 (A 7) を式 (A 8) に代入することで次式が得られる。

$$C_n = b \cdot D_{n-1} + (1-b) \cdot C_q$$

【付記 4】

C_n を数列として扱うことで次式

$$C_n = b \cdot \frac{1-R \cdot F}{a} \cdot C_{n-1} + (1-b) \cdot C_q \quad (\text{A } 9)$$

は等比数列の漸化式 $C_n - A = r \cdot (C_{n-1} - A)$ という形に変形可能になる。 $C_{n-1} - A$ なる数列の第 n 項は次式で表される。

$$C_{n-1} - A = r^{n-1} \cdot (C_0 - A) \quad (\text{A } 10)$$

この等比数列は $|r| < 1$ ならば $n \rightarrow \infty$ のときゼロとなり、数列 C_n は A に収束する。すなわち、 $\lim_{n \rightarrow \infty} C_n = A$ である。また、 $r = 1$ のとき、 $C_n = C_0$ である。式 (A 9) を式 (A 10) に当てはめると

$$r = b \cdot \frac{1-R \cdot F}{a} \quad (\text{A } 11)$$

$0 \leq b/a \leq 1$ 、かつ $0 < 1 - R \cdot F < 1$ であるから、 $0 < r < 1$ であり、数列 C_n は A に収束する。収束する養分濃度は次式で与えられる。

$$A = \frac{(1-b)}{(1-r)} \cdot C_q$$

すなわち、

$$A = C_q \cdot \frac{a \cdot (1-b)}{a-b+b \cdot R \cdot F}$$

【付記 5】

F 、 R 、 a 、 b が一定値でない場合、つまり排液の再利用を繰り返すごとにすべての変数変動する場合について精察する。培養液中の養分濃度が排液の

再利用にともなって減少する場合、数列 C_n は次式のように表現される。

$$C_{n-1} > C_n \quad (\text{A } 12)$$

式 (A 9) を式 (A 12) に代入して

$$C_{n-1} > b \cdot \frac{1-R \cdot F}{a} \cdot C_{n-1} + (1-b) \cdot C_q$$

C_{n-1} についてまとめると

$$C_{n-1} > \frac{a \cdot (1-b)}{a-b+b \cdot R \cdot F} \cdot C_q$$

逆に増加する場合、次式のように表現される。

$$C_{n-1} < C_n$$

$$C_{n-1} < \frac{a \cdot (1-b)}{a-b+b \cdot R \cdot F} \cdot C_q$$

ここで排液の一部を再利用する場合には $\lim_{n \rightarrow \infty} (a-b+b \cdot R \cdot F) \neq 0$ である。すなわち、数列 C_n が減少するとき下に有界、数列が増加するとき上に有界となり、数列 C_n は発散しない (数列 C_n が一定のときには発散しないことは明らか)。

一方、排液をすべて再利用する場合には $a = b$ であるから C_n が増加するとき

$$C_n < \frac{1-a}{R \cdot F} \cdot C_q$$

よって $\lim_{n \rightarrow \infty} R \cdot F = 0$ であるならば、数列 C_n は上に有界ではない。ここで作物が生育している限り根が減少していくことは考えにくいから $R \neq 0$ 。したがって $\lim_{n \rightarrow \infty} F = 0$ の場合には数列 C_n は代数的に発散する。